

Der Kreiselkompass

Beschreibung seiner Funktionsweise mit Hilfe der Corioliskraft

Ein interessantes Experiment, dessen Verlauf auf Corioliskräfte zurückgeführt werden kann, ist in der Abb.1 dargestellt. Zu sehen ist ein Rohr, welches beiderseits Elektromotoren trägt, die 450g schwere Eisenzylinder gleichsinnig drehen. Es wird von einer durch seine Mitte geführte waagrechte Achse gehalten, deren eines Ende drehbar in einer hölzernen Drehscheibe steckt. Während einer Drehung dieser Scheibe richtet sich das Rohr parallel zur Rotationsachse der Drehscheibe aus (siehe Abb. 2).

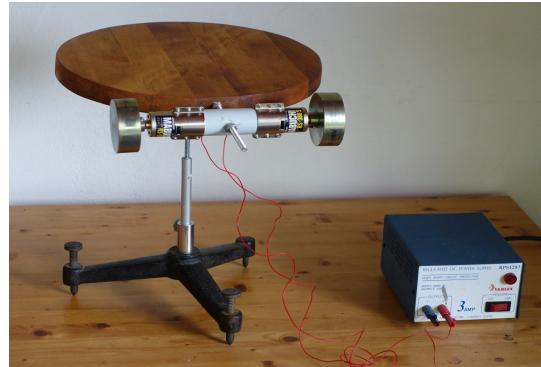


Abb.1

Aus der Sicht eines auf der Holzscheibe stehenden Beobachters B bewirken Corioliskräfte diese Ausrichtung. Zur Erklärung stellen wir uns einen Eisenzylinder in viele kleine Teile $P_1, P_2, P_3 \dots$ der Masse m' aufgeteilt vor (siehe Abb.3). Die orthogonalen Projektionen von $P_1, P_2, P_3 \dots$ auf eine waagrechte Ebene E durch die Mitte der Drehscheibe bewegen sich aus der Sicht von B mit den Geschwindigkeiten $u_1, u_2, u_3 \dots$. Diesen Geschwindigkeiten sind parallel zum Rohr ausgerichtete Corioliskräfte $F_1 = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_1$, $F_2 = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_2$, $F_3 = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_3 \dots$ zuzuordnen. ω' : Winkelgeschwindigkeit der Drehscheibe.



Abb.2

Die zugehörigen Drehmomente mit den Beträgen $2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_1 \cdot d_1$, $F_2 = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_2 \cdot d_2$, $F_3 = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u_3 \cdot d_3 \dots$ drehen das Rohr um seine Mitte aus der Ebene E . $d_1, d_2, d_3 \dots$ sind die Abstände der Teile $P_1, P_2, P_3 \dots$ von E .

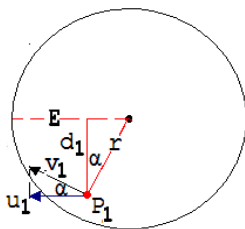


Abb.3

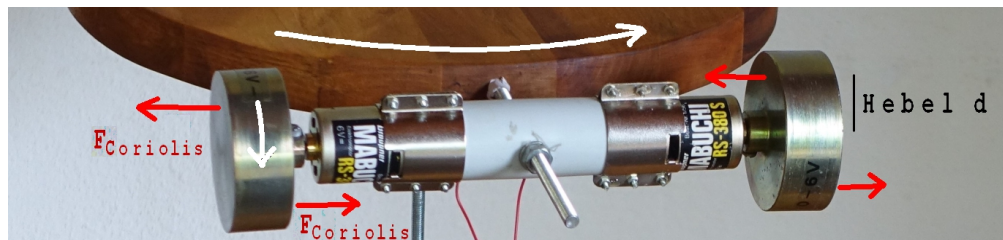


Abb.4

Zur Berechnung des auf einen Zylinder insgesamt wirkenden Drehmoments werden zunächst zwei Massepunkte P und P' gewählt, deren Radien übereinstimmen und einen rechten Winkel miteinander bilden (siehe Abb.5). Das Drehmoment dieses Punktpaars wird ausgerechnet. Hiernach kann leicht auf das Gesamtmoment M_g aller Massepunkte P geschlossen werden.

Für die Corioliskraft F' auf P' gilt:

$$F' = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot u', \quad u' = v \cdot \sin \alpha, \quad v = \omega \cdot r$$

v : Umlaufgeschwindigkeit von P in Bezug auf die Achse A

ω : Winkelgeschwindigkeit des Eisenzylinders in Bezug auf die Motorachse.

$$F' = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r \cdot \sin \alpha$$

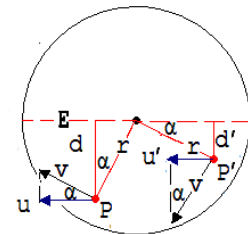


Abb.5

Das zugehörige Drehmoment ist $M' = F' \cdot d' = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot d'$, $d' = r \cdot \sin \alpha$.



$$M' = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

Für P gilt: $M = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \cos^2 \alpha$

$$M' + M = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2 \cdot m' \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r^2$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $2 \cdot m' = m$ ist die Gesamtmasse beider Punkte.

$$M' + M = m \cdot \omega' \cdot \omega \cdot r^2$$

Das Gesamtdrehmoment aller Paare $P|P'$ eines Zylinders ist $M_Z = \omega' \cdot \omega \cdot \Sigma m \cdot r^2$.

$\Sigma m \cdot r^2$ ist als Trägheitsmoment J des Zylinders bekannt. $\rightarrow M_Z = \omega' \cdot \omega \cdot J$

Das Drehmoment M_g beider Zylinder ist demnach: $M_g = \omega' \cdot \omega \cdot J_g$, $J_g = 2 \cdot J$.

Ähnlich würde sich das Rohr zur Erdachse verhalten, wenn es sich um eine senkrechte Achse ungehemmt und reibungsfrei drehen könnte. Es würde sich dann am Äquator parallel zu Erdachse und abseits des Äquators in die örtliche Meridianebene drehen. Man hätte mit ihm einen Kreiselkompass.

Messung des Drehmoments

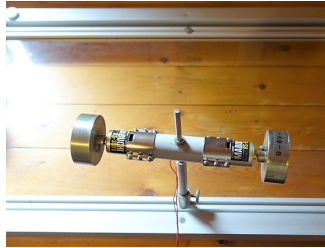


Abb. 6

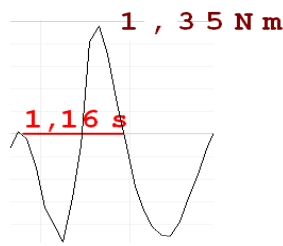


Abb. 7

Der an eine 9V-Spannungsquelle angeschlossenen Kreisel kann sich mit seiner Mittelachse in dem Stativfuß auf der Mitte der Experimentierwippe (siehe Abb. 6) drehen. Wird er zu einer Drehung angestoßen, dann zeichnet der an die Wippe angeschlossenen Computer mit AD-Wandler (CASSY) das Diagramm in der Abb. 7. Die Amplitude dieses Diagramms steht für das Drehmoment des Kreisels. Dieses wird dann voll auf die Wippe übertragen, wenn der Kreisel in die Längsrichtung der Wippe weist. Es beträgt $M = 1,35 \text{ Nm}$. Am Diagramm ist als Umdrehungszeit des Kreisels der Wert $1,16 \text{ s}$ zu erkennen. Daraus folgt: $\omega' = 5,41 \text{ s}^{-1}$. Die beiden Zylinder haben den Radius $R = 3 \text{ cm}$ und zusammen die Masse 900 g . Folglich hat deren Trägheitsmoment $J_g = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$ den Wert $0,0037 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Zu diesen Angaben erhält man nach $M = \omega' \cdot \omega \cdot J \rightarrow \omega = M / (\omega' \cdot J)$ für ω und die entsprechende Drehfrequenz f der Zylinder die Werte $\omega = 67,4 \text{ s}^{-1}$ und $f = \omega / (2 \cdot \pi) = 11 \text{ s}^{-1}$.

Preise:

2 Zylinder + 2 Mabuchi RS-380S-Motoren: 70€

Fertiger Kreiselkompass: 100€

incl. Versand

Bestellung über b-g.hoehne@arcor.de