Ein interessantes Experiment zur Corioliskraft

GERHARD HÖHNE

Im Geografieunterricht ist von einer Corioliskraft die Rede, wenn es darum geht, die Uferformen sibirischer Flüsse oder die Bildung von Passatwinden zu erklären. Da die Geografielehrer sich jedoch meistens überfordert fühlen, wenn Schüler Genaueres über diese Kraft wissen wollen, sollte im Physikunterricht wenigstens eine Unterrichtsstunde dem Thema »Corioliskraft« gewidmet sein. Hierfür spricht auch die Tatsache, dass die Corioliskraft in der modernen Messtechnik eine bedeutende Rolle spielt. Bekannt sind Coriolismassedurchflussmesser, mit deren Hilfe Flüssigkeiten mit hoher Präzision abgefüllt werden können. In diesem Aufsatz wird die Corioliskraft auf leicht verständliche Weise hergeleitet, die Funktionsweise von Coriolismassedurchflussmessern erklärt, und eine Versuchsanordnung beschrieben, die einem solchen Durchflussmesser entspricht.

1 Aufbau und Funktionsweise eines Coriolisdurchflussmessers

In Abfüllanlagen findet man manchmal große vibrierende Röhren, mit denen durchfließende Flüssigkeitsmassen mit sehr hoher Genauigkeit gemessen werden können. Die Fließgeschwindigkeit (der Massedurchfluss) wird mit Hilfe einer Corioliskraft bestimmt. Was ist dies für eine Kraft und wie kommt sie zustande?

In Abbildung 1 sehen wir ein gebogenes, von Wasser durchflossenes Rohr (Fließgeschwindigkeit v). Wenn dieses am Boden befestigte Rohr so zum Schwingen angeregt wird, wie es die beiden Pfeile am Scheitel des Rohrs in der Abbildung 1 anzeigen, dann machen sich am linken und rechten Schenkel hin- und her biegende Kräfte F bemerkbar, unter denen das Rohr eine Drehschwingung um die in Abbildung 2 gezeichnete Achse A ausführt.

Die zur Strömungsgeschwindigkeit v proportionale Amplitude dieser Drehschwingung ermöglicht die Bestimmung von v mit sehr hoher Genauigkeit.

Im Handel (Hersteller: Firma ENDRESS+HAUSER in Reinach bei Basel) gibt es Coriolis-Masseflussmeßgeräte für unterschiedlichen Bedarf über mehr als sieben Größenordnungen (von etwa 20 mg/s bis etwa 600 kg/s) mit großer Genauigkeit (0,1 %).

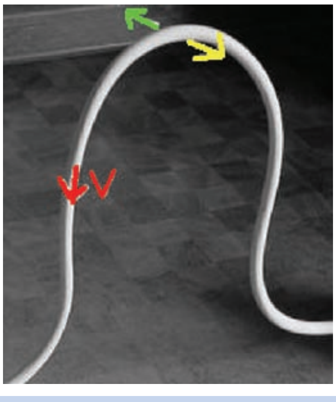

Abb. 1. Schwingendes Wasserrohr

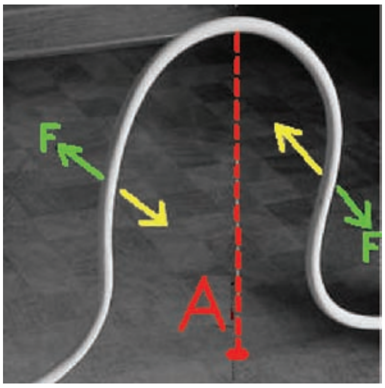

Abb. 2. Corioliskräfte am schwingenden Rohr

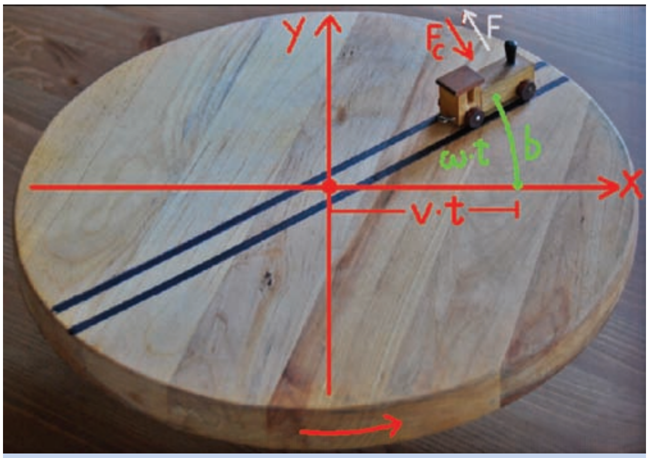

Abb. 3. Zur Herleitung der Corioliskraft

Wie kommt es zu diesen Kräften F? Zur Erklärung dient die Abbildung 3. Eine kleine Lokomotive fährt auf einer Schiene, die auf einer mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Scheibe liegt. Die in Bezug auf die Scheibe mit konstanter Geschwindigkeit v fahrende Lokomotive habe zum Zeitpunkt $t = 0$ die Rotationsachse überquert. Zu diesem Zeitpunkt sei über der Scheibe ein ruhendes Koordinatensystem mit einem zur Schiene parallelen x-Achse gesetzt worden.

MNU 65/7 (15.10.2012) Seiten 430–432, ISSN 0025-5866, © Verlag Klaus Seeberger, Neuss

Die Lokomotive übt wie das Wasser im U-Rohr eine Kraft F_C quer zur Bewegungsrichtung aus. Die Existenz dieser auf die Schiene wirkenden Kraft F_C kann hier leicht begründet werden:
Die Lokomotive bewegt sich aus der Sicht eines auf die Scheibe schauenden, ruhenden Beobachters B nicht nur entlang der Schiene. Infolge der Rotation wird sie in Richtung der y-Achse beschleunigt. Dieser Beschleunigung ist die Kraftkoordinate $F_y = m\,a_y$ zuzuordnen. Bildet die x-Achse des Koordinatensystems nur einen kleinen Winkel mit der Schiene, dann steht F_y für eine zur Fahrtrichtung orthogonale Kraftkomponente F_q, mit der die Schiene auf die Lokomotive einwirkt.
Ein auf der rotierenden Scheibe sitzender Beobachter B' kann keine Beschleunigung an der Lokomotive erkennen. Für ihn bewegt sie sich gleichförmig auf einer geraden Spur und erfährt keine beschleunigende Kraft durch die Schiene. Ihm fällt aber die nach dem Wechselwirkungsgesetzt zu erwartende Gegenkraft F_C zu F_q auf, welche die Lokomotive auf die Schiene ausübt und er denkt sich, die Lokomotive übertrage eine aus der Ferne wirkende Kraft auf die Schiene. Er nennt sie »Corioliskraft« (nach dem französischen Mathematiker CORIOL).

Der y-Wert, den die Lokomotive nach Überqueren der Rotationsachse in einer Zeit t annimmt, weicht bei kleinem t (kleiner Winkel) nur wenig vom Bogen b ab, weshalb unter dieser Bedingung $y = b$ gesetzt werden kann:

$$\omega t = b/(vt) \text{ [Bogenmaß]} \rightarrow y = b = \omega v t^2 .$$

v ist die Geschwindigkeit der Lokomotive aus der Sicht von B'.

Bekanntlich beschreibt ein solcher Term mit t^2 eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung a_y. Es gilt

$$y = (a_y/2)\ t^2\ ;\ y = \omega v\ t^2 \rightarrow a_y = 2\ v\omega \rightarrow F_y = 2\ mv\omega .$$

Bei jeder Bewegung auf der rotierenden Scheibe wirkt aus der Sicht von B' eine Corioliskraft

$$F_C = 2\ mv\omega \text{ (Gegenkraft zu } F_y\text{)}$$

auf den bewegten Körper quer zur Bewegungsrichtung. Ein das bewegte Objekt begleitender Beobachter registriert bei einer Linksdrehung (Draufsicht) eine nach rechts und bei einer Rechtsdrehung eine nach links wirkende Corioliskraft.

2 Messung der vom Wasserstrom verursachten Corioliskraft

Zum Nachweis dieser Kraft im Unterricht eignet sich die in Abbildung 4 dargestellte Anordnung. Zu sehen ist ein von Wasser durchflossenes U-Rohr mit der Höhe r und der Breite b, welches um eine waagrechte Achse in der Höhe der Tischplatte pendelt. Ein Elektromotor bewirkt ein gleichmäßiges Pendeln. Er dreht ein Rad mit einem exzentrisch, parallel zu Drehachse angebrachten Stäbchen S. Das mit der Geschwindigkeit v_S rotierende Stäbchen S ist über einen Faden mit dem U-Rohr verbunden. Ein roter Gummifaden sorgt dafür, dass dieser Faden während der Drehung von S gespannt bleibt. Die Schenkel des U-Rohrs rotieren mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit ω, sie haben in senkrechter Stellung die höchste Winkelgeschwindigkeit $\omega = v_S/r$.

Wir stellen uns einen parallel zu Pendelachse ausgerichteten Beobachter B vor (siehe Abb. 4), der auf dem linken Schenkel des Rohrs der Strömung folgt. Da das Rohr zu seinen Füßen ein rotierendes System ist, wirken aus seiner Sicht auf das im linken und rechten Schenkel fließende Wasser einander entgegen gerichtete, seitliche Corioliskräfte mit den Beträgen

$$F_C = 2\ mv_W\ \omega$$

mit m = Masse des Wassers in einem senkrechten Schenkel des U-Rohrs, v_W = Strömungsgeschwindigkeit des Wassers.

Sind die Schenkel des U-Rohres genau nach unten gerichtet, dann wirken diese Kräfte mit dem Drehmoment

$$M = 2\ F_C\ (b/2) = 2\ m\ v_W\ (v_S/r)\ b$$

in Bezug auf die Symmetrieachse A_U des U-Rohrs.

b = Breite des U-Rohrs,
$b/2$ = Hebelarm der Corioliskraft auf einen Schenkel,
r = Länge des Schenkels.

Für die in einem Schenkel befindliche Masse gilt

$$m = A\ r\ \rho$$

mit ρ = Dichte der Flüssigkeit, A = Querschnittsfläche des Rohres.

Damit ergibt sich für das Drehmoment

$$M = 2\ A\ r\ \rho\ v_W\ (v_S/r)\ b .$$

In der Zeit t legt das Wasser den Weg r zurück. Daher folgt für den Massedurchfluss

$$\Delta m/\Delta t = A\ r\ \rho/t = A\ \rho\ (r/t) = A\ \rho\ v_W ,$$

und es gilt

$$M = 2\ r\ \Delta m/\Delta t \cdot (v_S/r)\ b \rightarrow \Delta m/\Delta t = M/(2\ v_S\ b) .$$

Abb. 4. Messung eines Massedurchflusses

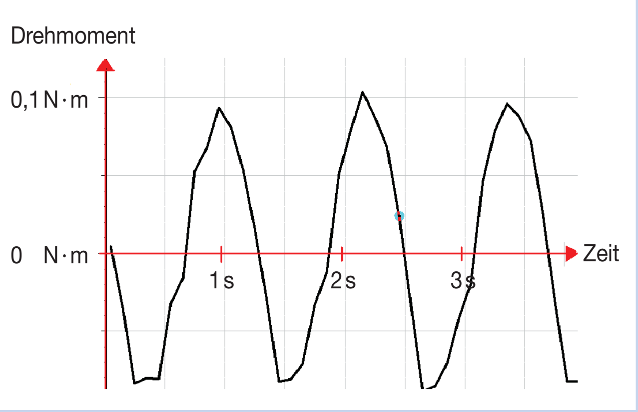

Abb. 5. Drehmomentdiagramm zum schwingenden U-Rohr

Zur Messung von M ist das U-Rohr an dem als Experimentierwippe bekannten Messgerät befestigt. Das Kernstück dieses Geräts ist eine gerahmte Glasplatte, – sie hält die Pendelachse des U-Rohrs (Abb. 4). Diese Platte kann um eine in ihrer Mitte liegende Achse gegen eine die Drehung behindernde Blattfeder gedreht werden. Die Drehung wird gemessen, sie ist dem an der Platte angreifenden Drehmoment proportional. Während des oben beschriebenen Experiments wurde das in der Abbildung 5 wiedergegebene M-t-Diagramm aufgenommen. Die Amplitude des Diagramms zeigt das für die Berechnung von $\Delta m/\Delta t$ passende Drehmoment M an. Mit $M = 0{,}09$ Nm wurde für $\Delta m/\Delta t$ der Wert 0,18 kg/s errechnet.

Das Messergebnis kann man überprüfen, indem man das austretende Wasser kurzzeitig mit einem Eimer auffängt. Anhand der Reichweite des aus dem Rohr austretenden Wasserstrahls ist $\Delta m/\Delta t$ ebenfalls bestimmbar. Somit ist die Prüfung der gewonnenen Ergebnisse leicht möglich. Bei dem hier beschriebenen Experiment wurde anhand der erwähnten Reichweite 0,17 kg/s ermittelt.

Anmerkung zur Messung: Bemerkenswert ist, dass der Schlauch über die Mitte der Wippe in das U-Rohr eingeführt ist. Dieser Anschluss nahe der Wippenachse wurde gewählt, damit geringe Verschiebungen des Schlauchs nicht zu störenden Drehmomenten führen.
Das hier vorgestellte Experiment kann auch mit einem geschlossenen Wasserkreislauf vorgestellt werden. Passende Wasseranschlüsse sind somit nicht unbedingt erforderlich.

Literatur

HÖHNE, G.: Mechanik und Relativitätstheorie. *http://www.g-hoehne.de* (01.08.2012).

GERHARD HÖHNE wechselte als Diplomphysiker mit langjähriger Industrieerfahrung 1974 in den gymnasialen Lehrdienst. Er entwickelte u. a. ein Demonstrationsmessgerät, das unter dem Namen »Glasfahrbahn« oder »Experimentierwippe« bekannt wurde. Er schrieb zahlreiche Veröffentlichungen und wirkte bei Veranstaltungen von »Science on Stage« in Genf, Grenoble und Berlin mit.
Anschrift: Im Hagen 5, 63768 Hösbach-Winzenhohl, b-g.hoehne.@arcor.de

MNU 65/7 (15.10.2012) Seiten 432–435, ISSN 0025-5866, © Verlag Klaus Seeberger, Neuss